

Numerische Mathematik 3

Betrachtet wird das Dirichlet–Randwertproblem

$$-\Delta u(x) = 1 \quad \text{für } x \in \Omega = (0, 1)^2, \quad u(x) = 0 \quad \text{für } x \in \Gamma = \partial\Omega.$$

20. Für das Gebiet $\Omega = (0, 1)^2$ seien die 5 Knoten

$$x_1 = (0.0, 0.0), \quad x_2 = (1.0, 0.0), \quad x_3 = (0.0, 1.0), \quad x_4 = (1.0, 1.0), \quad x_5 = (0.5, 0.5)$$

gegeben. Diese definieren 8 Kanten, welche wiederum 4 Elemente implizieren. Man beschreibe diese Geometrie in einem Eingabefile, und schreibe ein Programm zum Einlesen dieser Daten sowie zur grafischen Ausgabe.

21. Man schreibe eine Routine zur gleichmässigen Verfeinerung eines gegebenen FE Netzen, wende diese rekursiv auf das in Aufgabe **20.** gegebene Beispiel an, und stelle die erhaltene Vernetzung grafisch dar.

22. Man schreibe eine Routine zum Aufstellen des Lastvektors mit den Einträgen

$$f_\ell = \int_{\Omega} \varphi_\ell(x) dx,$$

der bei der FE Diskretisierung des obigen Dirichlet–Randwertproblems mit stückweise linearen Basisfunktionen zu berechnen ist. Dabei betrachte man alle finiten Elemente, stelle die lokalen Lastvektoren auf, und assembliere diese.

23. Analog zu Aufgabe **22.** schreibe man eine Routine zur Realisierung einer Matrix–Vektor–Multiplikation mit der zugehörigen Steifigkeitsmatrix.

24. Man löse das lineare Gleichungssystem der FE Diskretisierung mit dem CG Verfahren.