

Aufgabe 66

Verwenden Sie die Fouriertransformation um eine Lösung  $u \in L^1(\mathbb{R})$  der Differentialgleichung

$$u(x) - u''(x) = e^{-|x|}, \quad x \in \mathbb{R},$$

zu berechnen.

HINWEIS: Es darf die Identität  $\mathcal{F}f(\xi) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{1+\xi^2}$  ohne Beweis verwendet werden, wobei  $f(x) := e^{-|x|}$ . Weiters kann der Faltungssatz hilfreich sein.

Aufgabe 67

Verwenden Sie die Laplace-Transformation, um das Anfangswertproblem

$$y''(t) - y'(t) - y(t) = 2e^{2t}, \quad y(0) = 2, y'(0) = 4,$$

zu lösen.

Aufgabe 68

Lösen Sie mit Hilfe der Laplace-Transformation bzgl.  $t$  die inhomogene Wellengleichung auf dem Intervall  $(0, 1)$

$$4u_{xx}(t, x) - u_{tt}(t, x) = -4xe^{2t}, \quad x \in (0, 1), t > 0,$$

mit  $u(0, x) = x$ ,  $u_t(0, x) = 2x$ ,  $u(t, 0) = 0$  und  $u(t, 1) = e^{2t}$ .