

Numerische Mathematik 1

37. Für die Lösung des linearen Gleichungssystems

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

mit der Lösung $x_1 = 2$ und $x_2 = 1$ wende man das Verfahren konjugierter Gradienten an.

38. Für die Bestimmung der stückweise linearen L_2 -Projektion $Q_h f$ einer gegebenen Funktion f bezüglich einer gleichmässigen Unterteilung von $[0, 1]$ mit einer Maschenweite $h = 1/n$ ist ein lineares Gleichungssystem $M_h \underline{a} = \underline{f}$ zu lösen. Wie viele Iterationen des konjugierten Gradientenverfahrens werden benötigt, um eine Reduktion des relativen Fehlers von $\varepsilon = 10^{-8}$ zu erreichen?

39. Gegeben sei das lineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{pmatrix}.$$

- Unter welcher Voraussetzung an $\underline{f}$ existiert eine Lösung des linearen Gleichungssystems? Ist diese eindeutig?
- Für $\underline{f} = (-2, 4, -2)^\top$ wende man das CG Verfahren mit $\underline{x}^0 = \underline{0}$ an.
- Warum ergibt das CG Verfahren eine Lösung des Gleichungssystems?