

## Numerische Mathematik 1

**13.** Für  $n \in \mathbb{N}$  werde die zusammengesetzte Integrationsformel

$$\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{2k-1}{2n}\right) + R_n$$

betrachtet. Man gebe eine Abschätzung für das Restglied  $R_n$  an.

**14.** Zur Approximation des Integrals

$$I(h) = \int_0^h \frac{1}{1+x} dx$$

mittels Mittelpunktsformel gebe man eine nur von  $h$  abhängige Fehlerabschätzung an.

Für  $h = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$  berechne man den tatsächlichen Fehler und vergleiche diesen mit der theoretischen Voraussage.

**15.** Für die numerische Berechnung des Integrals

$$I = \int_0^1 f(x) \ln x dx$$

leite man eine Integrationsformel her, welche Polynome dritten Grades exakt integriert.