Technische Universität Graz
Institut für Angewandte Mathematik
Univ.–Prof. Dr. Olaf Steinbach

WS 2026/27
Blatt 1
6.10.2026

Gewöhnliche Differentialgleichungen

1. Man zeige, daß die für $\nu \neq 0$ durch

$$u(t) = \frac{1}{\nu} \int_0^t \sin\Big(\nu(t-s)\Big)\, f(s)\, ds \quad \text{für } t > 0$$

definierte Funktion eine Lösung des folgenden Anfangswertproblems ist:

$$u''(t) + \nu^2 u(t) = f(t) \quad \text{für } t > 0, \quad u(0) = u'(0) = 0.$$

2. Analog zu **1.** bestimme man eine allgemeine Darstellung für die Lösung des Anfangswertproblems

$$u'(t) + \mu u(t) = f(t) \quad \text{für } t > 0, \quad u(0) = 0\,.$$

Hinweis: Man multipliziere die Differentialgleichung mit einer geeignet gewählten Funktion, welche die Anwendung der Produktregel ermöglicht.

3. Für $k, \ell \in \mathbb{N}$ beweise man die Orthogonalität

$$\int_0^1 \sin k\pi x \, \sin \ell\pi x \, dx = \begin{cases} \dfrac{1}{2} & \text{für } \ell = k, \\ 0 & \text{für } \ell \neq k. \end{cases}$$