

Partielle Differentialgleichungen

14. Man bestimme die Entropielösung des Anfangswertproblems

$$\frac{\partial}{\partial t}u(t, x) + \frac{\partial}{\partial x}F(u(t, x)) = 0 \quad \text{für } (t, x) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}$$

mit der Anfangsbedingung

$$u(0, x) = u_0(x) = \begin{cases} 2 & \text{für } x \leq 0, \\ -1 & \text{für } 0 < x \leq 1, \\ 1 & \text{für } 1 < x \end{cases}$$

und mit der Flußfunktion

$$F(u) = \begin{cases} -\frac{1}{2}u & \text{für } u < 0, \\ \frac{1}{2}u & \text{für } 0 \leq u \leq 1, \\ \frac{3}{2}u - 1 & \text{für } 1 < u. \end{cases}$$