

Partielle Differentialgleichungen

13. Für $\alpha \in (0, 2\pi)$ sei

$$\Omega := \left\{ x = \begin{pmatrix} r \cos \varphi \\ r \sin \varphi \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : r > 0, 0 < \varphi < \alpha \right\}.$$

Man bestimme alle nicht-trivialen Lösungen des Dirichlet Randwertproblems

$$\Delta u = 0 \quad \text{in } \Omega, \quad u = 0 \quad \text{auf } \partial\Omega.$$

14. Man bestimme alle Eigenfunktionen und Eigenwerte des Neumann–Eigenwertproblems

$$-\Delta u(x) = \lambda u(x) \quad \text{für } x \in B_1(0), \quad \frac{\partial}{\partial n_x} u(x) = 0 \quad \text{für } x \in \partial B_1(0).$$

15. Man bestimme alle Eigenfunktionen und Eigenwerte des Dirichlet Eigenwertproblems

$$-\Delta u(x) = \lambda u(x) \quad \text{für } x \in \Omega = (0, 1)^2, \quad u(x) = 0 \quad \text{für } x \in \partial\Omega.$$